APRIL/MAY 2023

BMA63/UMA63 — COMPLEX ANALYSIS — II

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai
*

1. State Morera's theorem.
மொரேராஸ் தேற்றத்தைக் கூறுக.

2. Show that if $\lim_{n \to \infty} Z_n = Z$ then $\lim_{n \to \infty} |Zn| = |z|$.

$\lim_{n \to \infty} Z_n = Z$ எனில் $\lim_{n \to \infty} |Zn| = |z|$ எனக் காட்டுக.

3. Write the maclaurin series expansion for $f(z) = e^z$.

$f(z) = e^z$ ன் மெக்ளரின் தொடர் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

4. State Laurent's theorem.
லாரண்ட்ஸ் தேற்றத்தை கூறுக.

5. Define singular point.
ஒருமைப் புள்ளி வரையறு.

4428

(அ) $|z| < 1$

(ஆ) $1 < |z| < 2$

(இ) $|z| > 2$

எனும் பகுதிகளில் $\frac{-1}{(z-1)(z-2)}$-ஐ அடுக்குத் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

18. State and prove Cauchy's residue theorem.

காஷியின் எச்சத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

19. State and prove Argument principle.

வீச்சுக் கோட்பாட்டை கூறி நிரூபி.

20. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x \, dx}{x^2+2x+2}$.

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x \, dx}{x^2+2x+2}$ மதிப்பைக் காண்க.

(b) Show that the sequence $Zn = -2 + i\frac{(-1)^n}{n^2}$, $n = 1, 2, \ldots$ converges to -2.

$Zn = -2 + i\frac{(-1)^n}{n^2}$, $n = 1, 2, \ldots$ என்ற தொடர் வரிசை -2 என்ற எண்ணிற்கு ஒருங்குதலாகும் என நிரூபி.

12. (a) Find the Taylor's series expansion for $f(z) = \frac{1}{z}$ about the point $z = 1$.

$z = 1$ எனும் புள்ளியில் $f(z) = \frac{1}{z}$-ன் டெய்லரின் தொடரை காண்க.

Or

(b) Expand $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$ about $z = 1$ as a Laurent's series.

$z = 1$ எனும் புள்ளியில் $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$ என்பதை லாரன்ஸ் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

13. (a) Define singular point. Explain the different kinds of singularities with suitable examples.

சிறப்பு புள்ளிகள் என்றால் என்ன? அதன் வகைகளை உதாரணத்துடன் விளக்குக.

Or

(அ) $|z| < 1$

(ஆ) $1 < |z| < 2$

(இ) $|z| > 2$

எனும் பகுதிகளில் $\frac{-1}{(z-1)(z-2)}$ -ஐ அடுக்குத் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

18. State and prove Cauchy's residue theorem.

காஷியின் எச்சத் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

19. State and prove Argument principle.

வீச்சுக் கோட்பாட்டை கூறி நிரூபி.

20. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x \, dx}{x^2 + 2x + 2}$.

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x \, dx}{x^2 + 2x + 2}$ மதிப்பைக் காண்க.

(b) Show that the sequence $Zn = -2 + i\frac{(-1)^n}{n^2}$, $n = 1, 2, \ldots$ converges to -2.

$Zn = -2 + i\frac{(-1)^n}{n^2}$, $n = 1, 2, \ldots$ என்ற தொடர் வரிசை -2 என்ற எண்ணிற்கு ஒருங்குதலாகும் என நிரூபி.

12. (a) Find the Taylor's series expansion for $f(z) = \frac{1}{z}$ about the point $z = 1$.

$z = 1$ எனும் புள்ளியில் $f(z) = \frac{1}{z}$ -ன் டெய்லரின் தொடரை காண்க.

Or

(b) Expand $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$ about $z = 1$ as a Laurent's series.

$z = 1$ எனும் புள்ளியில் $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$ என்பதை லாரன்ஸ் தொடராக விரிவாக்கம் செய்க.

13. (a) Define singular point. Explain the different kinds of singularities with suitable examples.

சிறப்பு புள்ளிகள் என்றால் என்ன? அதன் வகைகளை உதாரணத்துடன் விளக்குக.

Or

6. Define residue of a function.

ஒரு சார்பின் எச்சத்தை வரையறு.

7. Define a pole of order m.

m வரிசையுடைய துருவத்தை வரையறு.

8. Find the zeros of $f(z)=\frac{z^3-1}{z^3+1}$.

$f(z)=\frac{z^3-1}{z^3+1}$ -ன் பூச்சியங்களைக் காண்க.

9. Write Jordon's inequality.

ஜோர்டானின் சமனிலியை எழுதுக.

10. Evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin sx}{x^2+a^2}\,dx$.

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin sx}{x^2+a^2}\,dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

1. (a) State and prove Liouville's theorem.

லியோவெலிஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி.

Or